Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta za *matematiko in fiziko*

Izbirni predmeti na magistrskih programih Oddelka za matematiko FMF

Študijsko leto 2017/18

Ljubljana, 2017

Seznam temeljnih predmetov na magistrskem študiju

Naslednji predmeti so ključni v svojih skupinah in imajo zagotovljeno izvajanje vsaki dve leti.

Skupina	Temeljni predmeti
M1 (analiza in mehanika)	Kompleksna analiza Parcialne diferencialne enačbe Teorija mere Uvod v funkcionalno analizo
M2 (algebra in diskretna matematika)	Kombinatorika Komutativna algebra Nekomutativna algebra Teorija grafov
M3 (geometrija in topologija)	Algebraična topologija 1 Analiza na mnogoterostih
M4 (numerična matematika)	Numerična aproksimacija in interpolacija Računalniško podprto geometrijsko oblikovanje
M5 (verjetnost, statistika, finančna matematika)	Finančna matematika 2 Statistika 2 Verjetnost 2
R1 (računalniška matematika)	Logika v računalništvu Matematika z računalnikom Računska geometrija Verjetnostne metode v računalništvu
O (ostalo)	Matematični modeli v biologiji Astronomija Moderna fizika

Seznam izbirnih predmetov v letu 2017/18

Skupina	Predmet	Izvajalec	Semester
M1	Kompleksna analiza	Forstnerič	zimski
	Teorija mere	Kandić	zimski
	Funkcionalna analiza	Drnovšek	poletni
	Specialne funkcije	Kostenko	poletni
M2	Kombinatorika	Konvalinka	zimski
	Komutativna algebra	Košir	zimski
	Kardinalna aritmetika	Simpson	poletni
	Teorija grup in polgrup	Moravec	poletni
M3	Algebraična topologija 1	Smrekar	zimski
	Algebraična topologija 2	Pavešić	poletni
	Analiza na mnogoterostih	Forstnerič	poletni
M4	Numerična aproksimacija in interpolacija	Krajnc	zimski
	Iterativne numerične metode v linearni algebri	Plestenjak	zimski
	Numerično reševanje parcialnih dif. enačb	Žagar	poletni
M5	Finančna matematika 2	Perman	zimski
	Izbrana poglavja iz finančne matematike 1	Ostaszewski et. al.	zimski
	Statistika 2	Smrekar	zimski
	Verjetnost 2	Bernik	zimski
	Aktuarska matematika: neživlj. zavarovanja	Bernik, Komelj	poletni
	Časovne vrste	Basrak	poletni
	Numerične metode v finančni matematiki	Zanette	poletni
R1	Logika v računalništvu	Simpson	zimski
	Računska zahtevnost	Petkovšek	poletni
	Teorija programskih jezikov	Simpson	poletni
	Verjetnostne metode v računalništvu	Cabello	poletni
O	Podatkovno rudarjenje in strojno učenje*	Todorovski	poletni
	Moderna fizika	Križan ali Fajfer	poletni
	Astronomija	Zwitter	oba
	Delovna praksa	Drinovec/Košir	oba
	Matematika v industriji		oba

*Predmet Izbrane teme iz analize podatkov na 1. stopnji, ki se lahko izbere kot splošna izbirnost (potrebna odobritev skrbnika). Predmet ima samo 5 kreditov.

Kompleksna analiza

Franc Forstnerič

Vsebina:
S kompleksno analizo ste se prvič srečali pri predmetu Analiza 2B. V okviru tega predmeta bomo spoznali vrsto novih vsebin. Podrobneje bomo obravnavali princip maksimuma za holomorfne funkcije in njegove posledice. Ogledali si bomo konvergenco v prostoru holomorfnih funkcij in Montelov izrek o normalnih družinah. Z njegovo pomočjo bomo nato dokazali enega od ključnih rezultatov teorije, to je Riemannov upodobitveni izrek. Študirali bomo injektivne holomorfne funkcije in dokazali izreke Koebeja, Landaua ter Picardov izrek, da je vsaka holomorfna funkcija na kompleksni ravnini, ki izpusti vsaj dve vrednosti, konstantna. Slednji je osnova za uvedbo pojma Kobayashijeve metrike in hiperboličnosti, ki povezuje kompleksno analizo z diferencialno geometrijo. Holomorfne funkcije bomo aproksimirali z racionalnimi funkcijami, v posebnih primerih s polinomi. Z uporabo vrst bomo rešili Mittag-Lefflerjev problem o obstoju meromorfne funkcije s predpisanimi glavnimi deli, z uporabo neskončnih produktov pa bomo konstruirali holomorfne funkcije z ničlami v dani diskretni množici. Spoznali bomo tudi osnove pojme kohomologije s koeficienti v snopu ter reševanje nehomogene Cauchy-Riemannove enačbe z uporabo Hörmanderjeve L^2-metode. V zaključnem delu bomo obravnavali harmonične in subharmonične funkcije na ravninskih domenah.

Vsebina predmeta omogoča nadaljnji študij vrste področij, kot so Riemannove ploskve, kompleksna analiza v več spremenljivkah, analitična in algebraična geometrija, naravno pa se navezuje tudi na teorijo eliptičnih parcialnih diferencialnih enačb.

Potrebno/pričakovano predznanje: Osnove analize v obsegu predmetov Analiza 1, Analiza 2A in predvsem Analiza 2B. Najpomembnejše potrebne rezultate iz predmeta Analiza 2B bomo uvodoma ponovili.

Izvedba 2/1/2. Predavanja in vaje. Pisni del izpita predstavlja samostojno reševanje domačih nalog, ki jih bodo študenti prejeli dvakrat v semestru. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti ustni del izpita.

Teorija mere

Marko Kandić

Vsebina:

Verjetnostni račun je na začetku pretežno preučeval diskretne dogodke s kombinatoričnimi metodami. Leta 1933 je Kolmogorov postavil temelje modernejšega pristopa, ki slonijo na teoriji mere. Mera, kot pojem, je posplošitev pojmov dolžine, ploščine in volumna na poljubne množice.

Pri predmetu bomo najprej vpeljali osnovne pojme in nato konstruirali Lebesgueovo mero na realni osi, ki se na intervalih ujema z njihovo dolžino. Mera omogoča definicijo Lebesgueovega integrala funkcij na splošnih podmnožicah, ki niso nujno podmnožice v $\mathbb{R}^n$. Z Lebesgueovim integralom lahko integriramo nekatere razmeroma preproste funkcije, ki niso Riemannovo integrabilne. Tak primer je karakteristična funkcija racionalnih števil intervala $[0, 1]$. Sama definicija Lebesgueovega integrala je abstraktna, a se v primeru zvezne funkcije na intervalu $[a, b]$ Lebesgueov integral ujema z Riemannovim. Različice znanih izrekov iz Analize 1 in Analize 2a (zamenjava limite in integrala, integracija funkcijskih vrst, Fubinijev izrek) bomo dokazali v primeru Lebesgueovega integrala.

V nadaljevanju bomo vpeljali pojma realne in kompleksne mere. Dokazali bomo Lebesgue-Radon-Nikodýmov izrek ter Hahnov in Jordanov razcep realne mere. Srečali se bomo tudi s pojmom L^p-prostorov. Ti prostori predstavljajo nepogrešljiv vir Banachovih prostorov v funkcionalni analizi. Nato si bomo ogledali mere na lokalno kompaktnih prostorih. Pri tem bomo dokazali Rieszov izrek o reprezentaciji pozitivnih funkcionalov na $C_c(X)$. Za konec si bomo ogledali še odvajanja mer in funkcij.

Potrebno/pričakovano predznanje: Osnovni pojmi o množicah in razumevanje osnov analize iz prvega letnika.

Izvedba 3/2. Dva kolokvija, ki lahko nadomestita izpit iz vaj, izpit iz vaj ter izpit iz teorije.

Funkcionalna analiza

Roman Drnovšek

Vsebina:

V prvem delu bomo obravnavali tri temeljne izreke teorije Banachovih prostorov: izrek o odprti preslikavi, izrek o zaprtem grafu in princip enakomerne omejenosti.

Hahn-Banachov izrek bo glavno orodje v drugem delu: separacija konveksnih množic, šibke topologije, Banach-Alaoglujev izrek, Krein-Milmanov izrek o ekstremnih točkah.

V tretjem delu bomo obravnavali osnove teorije Banachovih algeber: spekter elementa, Rieszov funkcijski račun, Gelfandova transformacija.

Zadnji del bo posvečen teoriji C*-algeber: ideali in kvocienti, komutativne C*-algebre, funkcijski račun v C*-algebrah, Gelfand-Naimark-Segalova konstrukcija.

Potrebno/pričakovano predznanje:

Osnove linearne algebre, matematične analize in topologije.

Izvedba 3/2. Predavanja in vaje. Namesto kolokvijev dve domači nalogi, ki se upoštevata pri oceni. Pisni izpit.

Specialne funkcije

Aleksey Kostenko

Vsebina:
The concept of “special function” is one that has no precise definition. From a practical point of view, a special function is a function of one variable that is not one of the “elementary functions” (algebraic, trigonometric functions, the exponential, the logarithm, and functions constructed algebraically from these functions), and is a function about which one can find information in many of the books about special functions.

The aim is to cover (actually, we would only be able to touch) the following topics during this course:

- The classical orthogonal polynomials (Chebyshev, Gegenbauer, Hermite, Jacobi, Laguerre, Legendre).
- Hypergeometric functions.
- Bessel functions.
- Elliptic functions.

Most of all these special functions have appeared in XVIII–XIX centuries in solutions to differential equations arising in important problems of mathematical physics. Among numerous applications of special functions, we plan to focus on representations of compact Lie groups and their applications to quantum mechanics and also on applications to nonlinear completely integrable wave equations (e.g., KdV and Toda).

Potrebno/pričakovano predznanje: Familiarity with power series, integrals, and convergence; basic knowledge of linear algebra; some familiarity with operator theory in Hilbert spaces is desirable.

Izvedba 2/1/2. Lectures and exercises. Planned examination regulations: written and oral exam. Homework is taken into account in the assessment of the written part of the exam.

Kombinatorika

Matjaž Konvalinka

Vsebina:
Preštevalna kombinatorika je področje diskretne matematike, ki se ukvarja s preštevanjem matematičnih objektov z določenimi lastnostmi. Problemi segajo od zelo lahkih (npr. število permutacij množice z n elementi je $n!$) do (verjetno) nerešljivih (npr. poiskati število neizomorfnih grafov na n točkah). Pri predmetu bomo nadgradili znanje o osnovnih problemih preštevanja (izbori, razčlenitve in razdelitve, dvanajstera pot), q-analogih, Pólyevi teoriji, delno urejenih množicah in Möbiusovi inverziji. Poudarek bo na rodovnih funkcijah in formalnih potenčnih vrstih (algebra formalnih potenčnih vrst, računanje z rodovnimi funkcijami, eksponentna formula, Lagrangeeva inverzija) ter na njihovi uporabi (reševanje rekurzivnih enačb, iskanje povprečij in standardnih deviacij, aproksimacija členov zaporedja).
Pri predmetu bomo predelali veliko večino vsebin, zahtevanih na kombinatoričnem delu magistrskega izpita iz diskretne matematike.

Potrebno/pričakovano predznanje: Poznavanje osnovnih principov preštevanja (pridobljenega npr. pri predmetu Diskretna matematika 1 na prvostopenjskem študiju Matematike ali Finančne matematike ali pri predmetu Kombinatorika na prvostopenjskem študiju IŠRM).

Izvedba 3/2. Izpit iz vaj in izpit iz teorije.

Komutativna algebra

Tomaž Košir

Vsebina:

Komutativni kolobarji, ideali, moduli. Noetherski kolobarji.
Groebnerjeve baze, osnove računanja z ideali.
Spekter kolobarja. Nilradikal in Jacobsonov radikal. Lokalizacija.
Primarni razcep. Prirejeni praideali, primarne komponente, izreka o enoličnosti.
Celostno zaprtje. Valvacijski kolobarji.
Osnove teorije dimenzije, artinski kolobarji.
Regularni lokalni kolobar.
Kolobarji s Krullovo dimenzijo 1

Literatura:

G. Kemper, A Course in Commutative Algebra, Springer, Berlin, 2011.
D. Eisenbud. Commutative Algebra. With a View toward Algebraic Geometry, Springer, New York, 1995.
D. Cox, J. Little, D. O'Shea: Ideals, Varieties and Algorithms : An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra, 2nd edition, Springer, New York, 2005.
L. H. Rowen. Graduate Algebra: Commutative View. AMS Graduate Studies in Mathematics, Vol. 73, 2006.
M. Reid: Undergraduate Commutative Algebra, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1995.

Potrebno/pričakovano predznanje: Znanja iz predmetov Algebra 2 in 3.

Izvedba 3/2. Domače naloge, izpit.

Kardinalna aritmetika

Alex Simpson

Vsebina:
The course studies notions of infinity in mathematics, from the viewpoint of set theory. On the one hand, this leads to powerful infinitary methods of proof, such as transfinite induction. On the other, one is naturally led to mathematical questions that apparently have no clear answer. The most famous of these is Cantor's *Continuum Hypothesis*, which is a statement about the arithmetic of cardinal numbers. This statement turns out to be *undecidable* in the sense that it can be consistently assumed to be true, and also consistently assumed to be false.

The principal course topics are:

- The axioms of Zermelo Fraenkel set theory.
- Set theory as a foundation of mathematics.
- The Axiom of Choice: equivalent statements, and consequences.
- Transfinite induction and the notion of ordinal.
- The notion of cardinal, and the Schröder-Bernstein Theorem.
- Cardinal arithmetic and the Continuum Hypothesis.
- Large cardinals.
- Peculiar set-theoretic universes.

The course will be given in English.

Potrebno/pričakovano predznanje: Splošna matematična izobraza s 1. stopnje študija matematike. Predmet je izrazito matematične narave, zato mora imeti študent veselje do abstraktnega razmišljanja in dokazovanja izrekov.

Izvedba 3/2. Obveznosti študenta: pisni izpit.

Teorija grup in polgrup

Primož Moravec

Vsebina:
Grupe in polgrupe so osrednji pojem abstraktne algebre, njihova struktura je vkodirarna v drugih algebraičnih strukturah, kot so kolobarji, obsegi in vektorski prostori. Po drugi strani grupe in polgrupe igrajo pomembno vlogo tudi v drugih vejah matematike, kot so analiza, topologija, kompleksna analiza, teorija števil, finančna matematika in teoretično računalništvo. Teorija grup nas uči prepoznavati simetrije v naravi, zato so grupe svoje mesto našle v fiziki, kemiji, medicini in celo v glasbeni teoriji.

Pri predmetu študent najprej spozna osnove teorije grup, dekompozicijske vrste grup, predstavitev grup z generatorji in relacijami, rešljive grupe, nilpotentne grupe in osnove teorije razširitev. V sklopu, ki obsega teorijo polgrup, so naslednja poglavja: osnovni pojmi teorije polgrup, Greenove relacije in regularne polgrupe.

Naučili se bomo uporabe programskega orodja `GAP` pri konstrukciji primerov grup in polgrup ter študiju njihovih lastnosti.

Potrebno/pričakovano predznanje: Algebra 2 in Algebra 3 prve stopnje študija matematike.

Izvedba 3/2. Predavanja in vaje. Domača naloga se upošteva pri oceni pisnega dela izpita. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti še ustni del izpita.

Algebraična topologija 1

Jaka Smrekar

Vsebina:
Topologija šteje homeomorfne prostore za ekvivalentne in eden od temeljnih problemov je razvoj metod, s katerimi lahko razlikujemo med nehomeomorfnimi prostori. Algebraična topologija prireja topološkim prostorom algebraične objekte (različna števila kot na primer Eulerjeva karakteristika, grupe kot na primer fundamentalna grupa, zaporedja grup) na kanoničen (funktorialen) način. Če dvema prostoroma (na isti način) priredimo različna algebraična objekta, nista homeomorfna.

Objekti, ki jih proučujeta analiza in diferencialna geometrija, imajo naravno topološko strukturo in če dva nista homeomorfna, sta še toliko manj ekvivalentna v smislu analize oziroma diferencialne geometrije. Poznavanje algebraične topologije je zato zelo pomembno tudi za usmeritev v analizo in diferencialno geometrijo, poleg tega pa imajo nekatera sredstva algebraične topologije pomembne aplikacije v algebraični geometriji.

Najprej se bomo seznanili s pojmom homotopije in homotopske ekvivalence, ki je na razredu topoloških prostorov grobejša relacija od homeomorfnosti; večina algebraičnih invariant razlikuje v resnici homotopsko neekvivalentne prostore. Potem bomo obravnavali fundamentalno grupo, ki meri obstoj "lukenj" v prostoru (in relacij med njimi), pri čemer je v smislu fundamentalne grupe prostor brez lukenj, če je vsako krožnico v njem mogoče zvezno deformirati v točko. Obstajajo pomembni razredi prostorov, ki so ekvivalentni (homotopsko ali celo topološko ali celo strožje), če imajo izomorfne fundamentalne grupe. S pojmom fundamentalne grupe je tesno povezan pojem krovnega prostora in prostega delovanja grupe na topološkem prostoru.

Prirejanje oziroma izračun algebraičnih invariant je najenostavnejše za topološke prostore, ki imajo "kombinatorično strukturo", kar pomeni, da so sistematično sestavljeni iz preprostih objektov. Ogledali si bomo poliedre (ki so sestavljeni iz točk, daljic, trikotnikov in njihovih večrazsežnih posplošitev) ter CW komplekse, ki so podobno kot poliedri sestavljeni iz topoloških diskov različnih razsežnosti, s to razliko, da jih lahko (sistematično) lepimo. Povedali bomo, kako fundamentalno grupo priredimo CW kompleksu, in kateri CW kompleksi so do homotopske ekvivalence natančno določeni s fundamentalno grupo. Zadnje večje poglavje bo namenjeno homološkim grupam. Tudi te merijo obstoj večrazsežnih "lukenj" v prostoru. V smislu homologije ima prostor n-razsežno luknjo, če obstaja, poenostavljeno rečeno, v njem n-razsežna sfera, ki je ni mogoče zapolniti z $(n+1)$-razsežnim diskom. V zvezi s homološkimi grupami bomo obravnavali osnove homološke algebre. V smislu aplikacije si bomo ogledali metodo vztrajne homologije, ki je odlična pri prepoznavanju (oziroma razlikovanju) prostorov, od katerih poznamo le končen nabor točk in razdalje med njimi.

Potrebno/pričakovano predznanje:
Potrebno je poznavanje snovi predmetov Splošna topologija in Algebra 2. Pričakovano je poznavanje nekaterih tem Uvoda v geometrijsko topologijo, ampak to je mogoče nadoknaditi sproti.

Izvedba 2/1/2. Predavanja in vaje, preverjanje znanja preko pisnega in izpita.

Algebraična topologija 2

Petar Pavešić

Vsebina:
Algebraična topologija 2 je predmet, ki z Algebraično topologijo 1 tvori vsebinsko celoto. Tokrat sta oba predmeta prvič ponujena v dveh zaporednih semestrih istega leta, zato se bomo lahko izognili ponavljanju začetnega dela snovi. Formalno pa snov Algebraične topologije 1 ni predpogoj za opravljanje Algebraične topologije 2.

V algebraični topologiji geometrijske objekte (ploskve, telesa, višje razsežne mnogoterosti, vozle, prostore rešitev diferencialnih enačb pa tudi zapletene vzorce, digitalizirane posnetke in podobno) študiramo s pomočjo algebraičnih struktur, predvsem številskih karakteristik (stopnja, ovojno število, Eulerjeva karakteristika) ter grup (homotopskih in (ko)homoloških). Tradicionalno je algebraična topologija sinteza in vrhunec dodiplomskega študija ter pomemben predpogoj za nadaljevanje študija na tretji stopnji in za raziskovalno delo. Nekateri deli pa so tudi močno povezani z uporabo: na primer simplicialni kompleksi so standardno orodje za digitaliziranje slik in za numerično modeliranje, homološke in kohomološke grupe pa se rutinsko uporabljajo za samodejno računalniško analizo zapletenih množic podatkov, kot so satelitske slike, posnetki, dobljeni z magnetno resonanco, in podobno.

Poleg osrednjega dela snovi, ki obsega študij homotopskih in kohomoloških grup, bomo sproti obravnavali tudi uporabo splošne teorije pri reševanju problemov iz topološke robotike, področju, ki se je močno razvilo v zadnjih petnajstih letih.

Potrebno/pričakovano predznanje:
Pričakovano predznanje obsega predmete Splošna topologija, Uvod v geometrijsko topologijo, Algebra 2 in delno Algebra 3. Predmet se navezuje na vse predmete, ki imajo močno geometrijsko komponento (npr. Algebraična topologija 1, Algebraične krivulje, Algebraična geometrija, Diferencialna geometrija, Analiza na mnogoterostih, Riemannove ploskve, Liejeve grupe) in je poznavanje kateregakoli od teh zelo dobrodošlo s stališča motivacije, ni pa predpopogoj za poslušanje predmeta. V kolikor bodo vsi poslušalci poznali vsebine iz Algebraične topologije 1, bomo to upoštevali pri izbiri snovi.

Izvedba 2/1/2. Predmet se bo izvajal s predavanji ter s kombinacijo seminarjev in vaj. Ocena bo oblikovana na podlagi sprotnih domačih nalog in ustnega izpita.

Analiza na mnogoterostih

Franc Forstnerič

Vsebina:
Gladka mnogoterost dimenzije n je Hausdorffov topološki prostor, ki je lokalno v okolici vsake točke videti kot n-dimenzionalni evklidski prostor, ti evklidski kosi pa so zlepljeni skupaj z gladkimi difeomorfizmi. Pojem mnogoterosti se je razvil iz del slavnih matematikov in fizikov, kot so bili Gauss, Riemann, Klein, Poincaré, Einstein, Weyl, Cartan, Chern in mnogi drugi. Teorija mnogoterosti je osnova za vrsto področij sodobne matematike, kot so diferencialna, analitična in algebraična geometrija, diferencialna topologija, Liejeve grupe, dinamika, teorija foliacij itd. Mnogoterosti so nepogrešljivo orodje v fiziki, mehaniki, astronomiji in drugih področjih naravoslovja in tehnike. Na primer, prostor-čas obravnavamo kot ukrivljeno 4-mnogoterost, skupaj z drugimi relevantnimi fizikalnimi količinami v splošni teoriji relativnosti pa kot 10-mnogoterost.

Pričeli bomo s primeri in konstrukcijami mnogoterosti ter gladkih preslikav med njimi. Nato bomo analitične pojme in sredstva, kot so odvajanje, integriranje, diferencialne enačbe, vektorska polja itd., posplošili z evklidskih prostorov na mnogoterosti. Spoznali bomo vrsto novih pojmov, metod in rezultatov: tangentni in kotangentni svežnej mnogoterosti, tok vektorskega polja, komutator, Frobeniusov izrek o integrabilnosti distribucij, Liejeve grupe, Sardov izrek o kritičnih vrednostih preslikav in osnova Morsejeve teorije, pojem transverzalnosti, diferencialne forme in njihova integracija. Na koncu bomo dokazali Stokesov izrek in si ogledali de Rhamov izrek, ki povezujeta analizo in topologijo gladkih mnogotetosti.

Predmet je dobra priprava na vrsto drugih predmetov iz analize in geometrije na 2. in 3. stopnji študija matematike.

Potrebno/pričakovano predznanje: Poznavanje osnov matematične analize in topologije v obsegu predmetov na prvi stopnji programa Matematika na FMF UL.

Izvedba 3/2. Predavanja in vaje. Pisni del izpita predstavlja samostojno reševanje domačih nalog, ki jih bodo študenti prejeli dvakrat v semestru. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti ustni del izpita.

Numerična aproksimacija in interpolacija

Marjeta Krajnc

Vsebina:
Predmet obravnava matematična orodja, ki so nepogrešljiva pri aproksimativnem reševanju praktičnih problemov. Spoznamo razrede funkcij, ki so primerni za iskanje aproksimacij, kot so polinomi, odsekoma polinomske funkcije oziroma zlepki, trigonometrični polinomi ipd. Seznanimo se tudi s kriteriji, ki aproksimativne funkcije določajo. Tu izbiramo med optimalnimi shemami, kot so enakomerna aproksimacija ali aproksimacija po metodi najmanjših kvadratov, in preprostejšimi linearnimi pristopi, kot je interpolacija. Spoznamo različne algoritme ter postopke za konstrukcijo aproksimantov ter merila za določanje njihove kvalitete. Predmet je osnova vsem drugim predmetom s področja numerične analize.

Potrebno/pričakovano predznanje: Ustrezno znanje iz analize ter poznavanje osnov numerične matematike.

Izvedba 3/2. Predavanja in vaje. Načrtovan izpitni režim: pisni in ustni izpit ter dve domači nalogi, ki se upoštevata pri oceni pisnega dela izpita.

Iterativne numerične metode v linearni algebri

Bor Plestenjak

Vsebina: Ukvarjali se bomo z numeričnim reševanjem velikih razpršenih linearnih sistemov ter računanjem lastnih vrednosti in vektorjev velikih razpršenih matrik. Za matriko A velikosti $n \times n$ pravimo, da je razpršena, če ima le $O(n)$ neničelnih elementov, ki poleg tega nimajo kakšne posebne strukture. Take matrike se velikokrat pojavijo v praktičnih aplikacijah, a direktne metode, kot sta npr. LU razcep za reševanje linearnega sistema ali QR iteracija za računanje lastnih vrednosti, niso primerne, saj nam zmanjka pomnilnika oziroma časa.

Namesto tega uporabljamo iterativne metode, kjer dobimo zaporedje približkov, ki konvergirajo k točni rešitvi. Za razvoj učinkovitih numeričnih algoritmov za razpršene matrike bomo uporabljali orodja iz numerične linearne algebre in jih preizkušali v programu Matlab.

Spoznali bomo nekaj praktičnih problemov, kjer nastopajo velike razpršene matrike. Tako npr. za analizo potresne varnosti zgradbe potrebujemo nekaj najnižjih lastnih vrednosti modela, ki ga predstavlja velika razpršena matrika. Z reševanjem velikih linearnih sistemov se srečamo pri numeričnem reševanju parcialnih diferencialnih enačb. Če uporabimo npr. metodo simetričnih diferenc ali metodo končnih elementov, problem prevedemo na reševanje ogromnega sistema, katerega velikost je odvisna od natančnosti, s katero želimo rešiti problem.

Ključne besede: Jacobijeva, Gauss-Seidelova, SOR metoda, simetrična SOR metoda (SSOR) s pospešitvijo Čebiševa. Podprostor Krilova. Lanczosev in Arnoldijev algoritem. GMRES, MINRES, konjugirani gradienti (CG), bi-konjugirani gradienti (Bi-CG). Predpogojevanje. Galerkinov pogoj. Rayleigh–Ritzeve vrednosti in vektorji, Jacobi–Davidsonova metoda.

Potrebno/pričakovano predznanje: Študenti 1. stopnje Matematike oz. Finančne matematike dobite potrebno predznanje pri obveznih numeričnih predmetih na 1. stopnji Matematike oz. Finančne matematike. Pri matematikih vam pride prav (gre pa tudi brez tega) znanje predmeta Numerična linearna algebra. Študenti IŠRM, ki niste izbrali Numeričnih metod 2, boste morali prebrati kaj o računanju lastnih vrednosti matrik.

Izvedba 2/1/2. 2 domači nalogi, pisni in ustni izpit.

Ostalo: Predmet je namenjen vsem, ki jih zanima praktično reševanje matematičnih problemov in delo z računalnikom. Tudi t.i. teoretični matematiki boste pri tem predmetu prišli na svoj račun, saj bomo linearno algebro nadgradili s številnimi teoretičnimi rezultati. Več informacij o predmetu lahko pridobite na spletni strani predavatelja, preko elektronske pošte, lahko pa se oglasite tudi osebno.

Numerično reševanje parcialnih diferencialnih enačb

Emil Žagar

Vsebina:

Predmet obravnava snov, ki v uporabno smer nadgrajuje poznavanje matematike na področju reševanja parcialnih diferencialnih enačb. Slušatelje vpelje v numerične metode, njihovo analizo in implementacijo ter spozna s praktičnimi problemi, kjer se posamezni pristopi posebej odlikujejo.

Obravnavane bodo naslednje teme: Parcialne diferencialne enačbe. Modelni problemi drugega reda. Enačbe eliptičnega tipa. Poissonova enačba. Diferenčna metoda. Diskretni maksimalni princip in ocena globalne napake. Iterativno reševanje diskretiziranih enačb. Jacobijeva, Gauss-Seidelova in SOR metoda. ADI metoda. Metode podprostorov Krilova. Večmrežne metode. Variacijske metode. Metoda končnih elementov. Enačbe paraboličnega tipa. Prevajanje toplote. Eksplicitne in implicitne numerične sheme. Crank-Nicolsonova metoda. Konsistenca, stabilnost in konvergenca. Enačbe hiperboličnega tipa. Valovna enačba. Karakteristike, karakteristične spremenljivke. Diferenčna metoda. Courantov pogoj. Konvergenca diferenčnih aproksimacij za modelni primer. Metoda karakteristik.

Potrebno/pričakovano predznanje: Priporočljiv je predhodno opravljen izbirni predmet *Numerična aproksimacija in interpolacija.* Predavatelj bo za tiste, ki tega predmeta niso poslušali, v predavanja vključil kratko premostitev.

Izvedba 2/1/2. Načrtovan izpitni režim: domači nalogi, pisni in ustni izpit. Domači nalogi se upoštevata pri oceni pisnega dela izpita. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti še ustni del izpita.

Finančna matematika 2

Mihael Perman

Vsebina:

(1) **Sredstva iz analize in verjetnosti.** Funkcije z omejeno totalno variacijo. Lebesgue-Stieltjesov integral. Konvergenca v L^2 prostorih. Maksimalne neenakosti za diskretne martingale.
(2) **Brownovo gibanje.** Motivacija in definicija. Markovska in krepka markovska lastnost, princip zrcaljenja. Brownovi martingali. Martingali v zveznem času, kvadratična variacija. Izrek o opcijskem ustavljanju v zveznem času.
(3) **Itôv integral.** Konstrukcija, Itôva izometrija, osnovne lastnosti. Itôva lema in uporabe. Lokalizacija in lokalni martingali. Integral glede na lokalni martingal. Splošna Itôva formula.
(4) **Vrednotenje izvedenih vrednostnih papirjev.** Black-Sholesov model. Varovanje v zveznem času. Zamenjava mere, izrek Girsanova. Izrek o martingalski reprezentaciji. Eksplicitni primeri vrednotenja opcij.

Potrebno/pričakovano predznanje: Analiza 2: parcialno odvajanje, integracija funkcij več spremenljivk in integrali s parametrom. Verjetnost: neodvisnost, pričakovana vrednost, osnovne porazdelitve, pogojne porazdelitve in pogojna pričakovana vrednost, diskretni martingali. Teorija mere: abstraktni integral, izreka o monotoni in dominirani konvergenci, Fubinijev izrek, Radon-Nikodýmov izrek, L^p prostori. Finančna matematika 1: modeli gibanja cen, definicija izvedenih vrednostnih papirjev, princip ene cene, ekvivalentne mere in kompletnost modelov.

Izvedba 3/2. Predmet ima običajno strukturo izvajanja s predavanji in vajami. Študenti morajo opraviti pisni izpit, ki ima utež 60% v celotni oceni. Drugi del obveznosti z utežjo 40% je seminarska naloga. Ustni izpit je po želji, če kdo želi popraviti oceno.

Izbrana poglavja iz finančne matematike 1: Upravljanje s tveganji in ekonometrične metode

Paul Larsen, Krzysztof Ostaszewski, Egon Zakrajšek, Mateja Raič(?)

Predavanja bodo v angleščini.

Vsebina: Del predmeta, ki ga bo vodil dr. *Paul Larsen*, Allianz, München, Nemčija, bo obravnaval kvantitatvne metode pri upravljanju s tveganji. Glavni poudarek bo na modeliranju odvisnosti. Obravnan bo tudi pristop z 'globokim učenjem' (deep learning) v modeliranju tveganj.

Del predmeta, ki ga bo vodil prof. dr. *Krzysztof Ostaszewski*, Illinois State University, ZDA, bo obravnaval kvantitatvne metode pri upravljanju s tveganji zavarovalništvu z vidika regulatornih zahtev Solventnosti II.

V ekonometričnem delu predmeta, ki ga bo vodil dr. *Egon Zakrajšek*, Federal Reserve Board, Washington, ZDA, bomo spoznali uporabo modelov finančne ekonometrije in pridobili nekaj praktičnih izkušenj v modeliranju finančnih časovnih vrst. Predavanja bodo temeljila na realnih primerih, uporabo modelov in metod si bomo ogledali na realnih finančnih podatkih.

V delu predmeta, ki ga bo predvidoma vodila *Mateja Raič*, bo poudarek na uporabi algebraičnih metod pri statističnem modeliranju.

Izvedba 2/1/2. Krajše in obširnejše domače naloge ter zagovor.

Literatura:

(1) zapiski predavateljev in članki
(2) W. H. Green. Econometric Analysis. Prentice Hall, 2003.
(3) M. Verbeek. A Guide to Modern Econometrics, 4. izdaja. Wiley, 2012.

Statistika 2

Jaka Smrekar

Vsebina:
Statistika je izjemno pomembno področje s širokim spektrom uporabe v financah, medicini, računalništvu in drugod. Cilj predmeta je strukturiran pregled temeljnih metod sklepne statistike s poudarkom na uporabnosti.

(1) **Uvod.** Populacija, model, vzorec. Cenilka, zadostnost, kompletnost. Teorija odločanja.
(2) **Točkovno ocenjevanje parametrov.** Nepristranskost, nepristranske cenilke z enakomerno najmanjšo disperzijo. Ocenjevanje v linearnih modelih. Metoda minimaks. Metoda največjega verjetja.
(3) **Preizkušanje domnev.** Enakomerno najmočnejši preizkusi in Neyman-Pearsonov okvir. Preizkušanje v eksponentnih in normalnih modelih. Preizkušanje v linearnem normalnem modelu. Preizkušanje na podlagi razmerja verjetij. Preizkušanje v neparametričnih modelih.
(4) **Območja zaupanja.** Konstrukcija: pivotna funkcija, inverzija območja nezavrnitve. Lastnosti območij zaupanja. Konstrukcija območij zaupanja z metodo 'bootstrap'.
(5) **Osnove Bayesove statistike.** Bayesova formula. Apriorne in aposteriorne porazdelitve, konjugirani pari. Ocenjevanje parametrov. Preizkušanje domnev.

Potrebno/pričakovano predznanje:
Verjetnostni račun 1 in Statistika 1 oziroma Verjetnost in Statistika.

Izvedba 3/2. Predmet se bo izvajal s predavanji in vajami, znanje pa bo ocenjeno na podlagi pisnega izpita ter domače naloge z ustnim zagovorom.

Verjetnost 2

Janez Bernik

Vsebina:

Markovske verige v diskretnem času. Povezava s teorijo grafov in linearno algebro. Osnovna struktura verig. Časi prvih prehodov in vrnitev. Povrnljiva in minljiva stanja. Časi ustavljanja ter enostavna in krepka markovska lastnost. Ergodično obnašanje verige. Limitni izreki. Posebnosti v primeru končnega števila stanj.

Markovske verige v zveznem času: čisti skočni procesi brez eksplozije. Zvezna markovska lastnost. Naprejšnje in nazajšnje enačbe Kolmogorova v integralski in diferencialni obliki in njihove rešitve. Diferencialne enačbe in generator polgrupe. Konstrukcija: stabilnost in neeksplozivnost.

Uporaba markovskih verig: čakalni sistemi (rojstno smrtni čakalni sistem, čakalni sistem M/M/1, osnovni pojmi teorije strežnih sistemov, nekateri pomembni primeri čakalnih sistemov). Metoda Monte Carlo markovskih verig (Bayesova statistika in Monte Carlo simulacije, algoritma Gibbsov vzorčevalnik in Metropolis-Hastings, konvergenca algoritmov).

Potrebno/pričakovano predznanje: Opravljeni izpiti iz verjetnosti in statistike na 1. stopnji.

Izvedba 3/2. Ocena je določena na osnovi pisnega izpita.

Aktuarska matematika: neživljenjska zavarovanja

Janez Bernik (v sodelovanju z Janezom Komeljem)

Vsebina:

(1) Modeli za procese štetja zavarovalniških zahtevkov: Poissonov proces, prenovitveni procesi in mešani Poissonovi procesi.
(2) Celotni škodni zahtevek: pričakovana vrednost in varianca, asimptotično vedenje v prenovitvenem modelu, principi določanja premije, lastnosti premijskega funkcionala in monotonost glede na stohastično urejenost. Porazdelitve škodnih zahtevkov: lahek in težek rep. Mešane porazdelitve. Aproksimacija porazdelitve skupne škode. Pozavarovanje.
(3) Teorija zavarovalniškega tveganja: mere tveganja, proces tveganja, verjetnost propada in pogoj čistega dobička, ocene verjetnosti propada.
(4) Zavarovalniške rezervacije in kapitalske zahteve.
(5) Teorija kredibilnosti.

Potrebno/pričakovano predznanje: Opravljeni izpiti iz verjetnosti in statistike na 1. stopnji.

Izvedba 2/1/2. Ocena bo sestavljena iz projekta in ustnega izpita.

Časovne vrste

Bojan Basrak

Predavanja bodo v angleščini.

Vsebina:
Introduction: Examples of time series. Trend and seasonality. Autocorrelation function. Multivariate normal distribution. Strong and week stationarity. Hilbert spaces and prediction. Introduction to R.
Stationary sequences: Linear processes. ARMA models. Causality and invertibility of ARMA processes. Infinite order MA processes. Partial autocorrelation function. Estimation of autocorrelation function and other parameters. Forecasting stationary time series. Modeling and forecasting for ARMA processes. Asymptotic behavior of the sample mean and the autocorrelation function. Parameter estimation for ARMA processes.
Spectral analysis: Spectral density. Spectral density of ARMA processes. Herglotz theorem. Periodogram.
Nonlinear and nonstationary time series models: ARCH and GARCH models. Moments and stationary distrbutiopn of GARCH process. Exponential GARCH. ARIMA models.
Statistics for stationary process: Asymptotic results for stationary time series. Estimating trend and seasonality. Nonparametric methods.

Potrebno/pričakovano predznanje: Verjetnost 1 in/ali Verjetnost in Statistika

Izvedba 2/1/2. Domače naloge, pisni izpit, seminarska naloga in zagovor.

Numerične metode v finančni matematiki

Antonino Zanette

Predavanja bodo v angleščini.

Vsebina:
Algorithms for option pricing in discrete models. Monte Carlo Methods for European options. Simulation methods of classical law. Inverse transform method. Computation of expectation. Variance reduction techniques. Tree methods for European and American options. Convergence orders of binomial methods. Estimating sensitivities. Numerical algorithms for portfolio insurance. Tree methods and Monte Carlo methods for Exotic options (barrier options, asian options, lookback options, rainbow options). American Monte Carlo methods. Finite difference methods for the Black-Scholes PDE equation.

Potrebno/pričakovano predznanje: It will be expected that the students are familiar with foundations of financial mathematics and numerical mathematics. It is required that they follow the course Financial Mathematics 2 (Finančna matematika 2) in the first semester or in the past.

Izvedba 2/1/2. The course will be held in the Spring Semester of 2018 and given in a few two-day stays (3 hours of lectures per day). Others hours will be devoted to follow-up of the project development and oral discussion.

The final examination will be composed of three parts :

- a written examination,
- an oral discussion of the topics of the course,
- a presentation of a numerical project assigned by the teacher.

Bibliography: Notes, books and papers suggested by the teacher.
Additional material:

- J. Hull. Options, Futures, and Other Derivatives. Prentice Hall, 2011.
- N. H. Bingham, R. Kiesel. Risk-Neutral Valuation: Pricing and Hedging of Financial Derivatives. Springer Finance, 2004.
- P. Glasserman. Monte Carlo Methods in Financial Engineering. Springer, 2003.

Logika v računalništvu

Alex Simpson

Vsebina:
From the construction of low-level integrated-circuit architecture, to the verification of high-level program and system behaviour, applications of logic pervade computer science. This course will explore some of the variety of different logics used in computer science, looking at applications, the technology underpinning such applications, and the mathematical theory behind them.

The main topics of study will be:

(1) Propositional logic and satisfiablility. SAT-solvers.
(2) Predicate logic. Its use as a modelling language. Bounded model checking.
(3) Temporal logic. System modelling. Model checking using Büchi automata.
(4) Hoare logic for program verification. Cook's relative completeness theorem.

The course will be given in English.

Literature:

- M. Huth and M. Ryan. Logic in Computer Science: Modelling and Reasoning about Systems. Cambridge University Press. Second edition, 2004.
- K. Baier and J.-P. Katoen. Principles of Model Checking. MIT Press, 2008.

Potrebno/pričakovano predznanje:

- Osnovno znanje programiranja

Izvedba 3/2. Obveznosti študenta: pisni izpit.

Računska zahtevnost

Marko Petkovšek

Vsebina:

- Neformalni uvod
- Modeli računanja (končni avtomat, Turingov stroj, model računalnika)
- Težki problemi (nedeterminizem, razreda P in NP, NP-polnost)
- Aproksimacijski algoritmi
- Verjetnostni algoritmi
- Prostorska zahtevnost

Potrebno/pričakovano predznanje: Osnovno znanje logike, algebre, diskretne matematike in verjetnosti.

Izvedba 2/1/2. Predavanja in vaje. Izpit sestavljata praktični del (domače naloge) in teoretični del (ustni izpit).

Teorija programskih jezikov

Alex Simpson

Vsebina:
This course will examine a selection of features found in modern high-level programming languages, especially in functional languages like Haskell. Topics include:

(1) Functional programming and recursion.
(2) Operational semantics.
(3) Type systems and type inference.
(4) Denotational semantics.
(5) Polymorphism.
(6) Computational effects.

The course will be given in English.

Literature:

- B. Pierce. Types and Programming Languages. Cambridge University Press, 2002.

Potrebno/pričakovano predznanje:

- Osnovno znanje programiranja

Izvedba 3/2. Obveznosti študenta: pisni izpit.

Verjetnostne metode v računalništvu

Sergio Cabello

Vsebina:
Pri tem predmetu bomo spoznali uporabo verjetnosti za algoritmične in sorodne probleme. Videli bomo osnovne naključnostne algoritme in matematično bomo analizirali njihove lastnosti. Poudarek bo na pričakovani časovni zahtevnosti in verjetnosti napake algoritmov.

Podrobno bomo obravnavali naslednje teme:

- Quicksort in minimalni prerez.
- Razredi problemov in vrste naključnostnih algoritmov.
- Uporaba polinomov.
- Černove ocene (*Chernoff bounds*).
- Naključnostni prirastni algoritmi in povratna analiza.
- Linearno programiranje v nižjih dimenzijah.
- Markovske verige.
- Približno štetje.
- Zgoščevalne funkcije (*hash functions*).
- Tok podatkov.

Potrebno/pričakovano predznanje: Znanje o osnovnih algoritmih. Uporabili bomo diskretno verjetnost. En del predmeta je povezan s predmetom Računska geometrija, vendar se ga lahko razume neodvisno iz tega predmeta.

Izvedba 2/1/2. Izpit iz vaj in izpit iz teorije. Ob soglasju študentov bodo predavanja v angleškem jeziku.

Izbr. teme iz analize podatkov: podatkovno rudarjenje in strojno učenje

Ljupčo Todorovski

Vsebina:
Predmet obravnava napredno analizo podatkov s posebnim poudarkom na napovednem modeliranju, tj. gradnji napovednih modelov iz podatkov. Spoznali bomo algoritme podatkovnega rudarjenja in strojnega učenja za napovedno modeliranje. Cilj predmeta je študentom posredovati znanje in veščine uporabe omenjenih algoritmov pri reševanju praktičnih problemov podatkovne analize. Zato bo poudarek na razumevanju prednosti in slabosti algoritmov za napovedno modeliranje, a osnova bo razumevanje teoretičnega in matematično-računalniškega ozadja njihovega delovanja. Vaje bodo namenjene praktični analizi izbranih podatkovnih množic z algoritmi, implementiranimi v programskem okolju R. Bolj specifično, predmet obravnava naslednje vsebine:

(1) Splošni postopki gradnje napovednih modelov: priprava podatkov, napovedna napaka in izbira modela, problem pretiranega prileganja (*overfitting, overtraining*);
(2) Regresijski modeli: dekompozicija napovedne napake, linearna regresija, nevronske mreže, regresijska drevesa in pravila
(3) Klasifikacijski modeli: napovedna napaka in vrednotenje verjetnosti, logistična regresija, metode podpornih vektorjev in najbližjih sosedov, klasifikacijska drevesa in pravila;
(4) Izbira in sestavljanje spremenljivk za napovedno modeliranje: obravnava različnih tipov podatkov, problem praznega mnogorazsežnostnega prostora (*dimensionality curse problem*), metode za izbiro in sestavljanje spremenljivk;
(5) Reševanje praktičnih problemov podatkovne analize in napovednega modeliranja.

Potrebno je osnovno poznavanje programiranja, verjetnosti in statistike, predvsem osnovnih preizkusov statistične značilnosti ter programskega okolja za statistiko R.

Izvedba 2/2. 5 kreditnih točk. Sprotne domače naloge analize enostavnih podatkovnih množic (20 % ocene), projekt oddan po koncu semestra, ki zajema reševanje podatkovnega izziva, tj. analize realne podatkovne množice (50 % ocene), ustni izpit po uspešno izdelanem projektu (30 % ocene).

Literatura (izbrana poglavja iz):

(1) James G, Witten D, Hastie T, Tibshirani R (2013) *An introduction to statistical learning: with applications in R*
(2) Flach P (2012) *Machine learning: the art and science of algorithms that make sense of data*
(3) Kuhn M, Johnson K (2013) *Applied predictive modeling*
(4) Kononenko I (2005) *Stojno učenje*

Moderna fizika

Peter Križan ali Svjetlana Fajfer

Vsebina:

Elektromagnetno polje:

- Električna in magnetna polja;
- Integralska in diferencialna oblika Maxwellovih enačb;
- Elektromagnetno valovanje;

Posebna teorija relativnosti:

- Transformacija prostor-časa
- Transformacije električnega in magnetnega polja, Maxwellove enačbe v kovariantni obliki

Kvantna fizika:

- Valovne lastnosti delcev;
- Schroedingerjeva enačba in probabilistična interpretacija;
- Postulati kvantne fizike, Heisenbergove relacije;
- Harmonični oscilator;
- Vodikov atom;
- Standardni model osnovnih delcev: leptoni in kvarki, osnove umeritvenih teorij elektromagnetne, šibke in močne interakcije.
- Modeli vesolja

Potrebno/pričakovano predznanje: Od študentov pričakujemo predznanje fizike v obsegu ustreznega predmeta na 1. stopnji študija matematike.

Izvedba 3/2. Predmet obsega predavanja (3 ure tedensko) in računske vaje (2 uri tedensko). Pri računskih vajah obdelamo izbrane primere, ki ponazorijo snov s predavanj. Snov, obdelana na računskih vajah, je predmet pisnega izpita; tega lahko opravimo sproti v obliki dveh kolokvijev. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti še ustni del izpita.

Astronomija

Tomaž Zwitter

Vsebina:
Zgodovinski uvod: astronomska odkritja, ki so spremenila svet, osnovne meritve.
Osnove orientacije po nebu: koordinatni sistemi, kvantitativne posledice rotacije in revolucije, loma, precesije, lastnega gibanja, aberacije svetlobe in paralakse.
Sodobni astronomski teleskopi: odboj in lom, osnovni parametri teleskopa, geometrijske, uklonske in atmosferske omejitve, nastanek in lastnosti slike.
Astronomski instrumenti: osnovne lastnosti digitalnih detektorjev, osnove fotometričnih in spektroskopskih opazovanj.
Sonce kot tipična zvezda: masa Zemlje in Sonca, njuna povprečna gostota, izsev, efektivna temperatura, površinski težnostni in rotacijski pospešek.
Struktura Soncu podobnih zvezd: hidrostatično ravnovesje, dinamični čas, središčni tlak in temperatura, utemeljitev privzetka idealnega plina, politropni model, virialni teorem, termični čas, prozornost snovi, ocena proste poti fotonov, sevalni in konvekcijski prenos energije.
Starost zvezd: primer Zemlje in Sonca, jedrske reakcije, njihova stabilnost in nuklearni čas, odvisnost izseva od mase za Soncu podobne zvezde.
Razvoj zvezd: nastanek in Jeansova masa, faza orjakinj, končne faze razvoja, odvisnost razvoja od mase.
Opazovanje razvoja: Hertzsprung-Russellov diagram, zvezdne kopice, merjenje razdalj, spektri kemijskih elementov v zvezdnih atmosferah v odvisnosti od temperature, kemične sestave, radialne hitrosti in težnostnega pospeška, prekrivalne spektroskopske dvojne zvezde, opazovanje končnih stopenj razvoja zvezd.
Medzvezdni prostor: absorpcija v plinu in prahu, vrste meglic, opazljive lastnosti.

Potrebno/pričakovano predznanje: Vpis v letnik.

Izvedba 4/2. Predavanja, vaje in praktična domača naloga, izvedena na Astronomsko geofizikalnem observatoriju. Domača naloga se upošteva pri oceni pisnega dela izpita. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti še ustni del izpita.